

ارزیابی عملکرد واحدهای تصمیم‌گیرنده

با استفاده از رویکرد ترکیبی DEA – TOPSIS

(مطالعه موردی: شرکت‌های پتروشیمی پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران)

مقصود امیری^۱، سید علی رئیس زاده^۲، زهرا صدیقی پاشاکی^۳

دریافت: ۱۳۹۴/۰۵/۲۵ پذیرش: ۱۳۹۴/۰۷/۱۲

چکیده:

یکی از چالش‌های پیش روی سرمایه‌گذاران، شناسایی شرکت‌هایی با کارایی بهتر و ریسک سرمایه‌گذاری کمتر می‌باشد که از مزومات این تصمیم‌گیری، سنجش درست کارایی شرکت‌ها و یا به عبارتی ارزیابی عملکرد واحدهای تصمیم‌گیرنده خواهد بود. هدف از انجام پژوهش حاضر معرفی و بیان رویکرد ترکیبی DEA فازی – TOPSIS جهت ارزیابی عملکرد واحدهای تصمیم‌گیرنده می‌باشد که از این روش ترکیبی جهت ارزیابی عملکرد و رتبه‌بندی شرکت‌های پتروشیمی فعال در بورس اوراق بهادار تهران استفاده شده است. طبق نتایج به دست آمده روش ترکیبی DEA فازی-TOPSIS به دلیل تشخیص بهترین DMU های کارا، کاراتر از روش DEA کلاسیک می‌باشد، همچنین نتایج این روش به دلیل استفاده از اعداد فازی با به کارگیری داده‌ها از جوانب بهترین، بدترین و میانگین عملکرد شرکت‌ها، نسبت به حالت قطعی از جامعیت و اعتبار بیشتری برخوردار است. درنهایت پس از ارزیابی عملکرد و رتبه‌بندی ۱۲ شرکت پتروشیمی طی دوره زمانی ۳ سال با استفاده از این روش، شرکت‌های پتروشیمی پر دیس و امیرکبیر به ترتیب بهترین و ضعیفترین عملکرد را به خود اختصاص داده‌اند. در پایان از ضریب همبستگی، بین نتایج حاصل از به کارگیری رویکرد ترکیبی با میانگین بازده حقوق صاحبان سهام هر شرکت طی دوره موردنرسی، جهت سنجش اعتبار مدل و صحت نتایج به دست آمده، استفاده شده است.

واژگان کلیدی: ارزیابی عملکرد، تحلیل پوششی داده‌ها، منطق فازی، TOPSIS
طبقه‌بندی JEL: C52,C61

۱. دکترای مهندسی صنایع ، استاد، عضو هیئت علمی دانشگاه علامه طباطبائی، Mg_amiri@yahoo.com

۲. دانشجوی دکترای مدیریت مالی، مری، عضو هیئت علمی مؤسسه آموزش عالی رجاء، قزوین، reiszadeh57@yahoo.com

۳. کارشناسی ارشد مهندسی مالی، مؤسسه آموزش عالی رجاء، قزوین، (نویسنده مسئول). z.seddighi.p@gmail.com

۱- مقدمه

ارزیابی عملکرد از دیرباز یکی از پیش‌نیازهای مهم مدیریت عملکرد بوده است. ارزیابی عملکرد و معرفی واحدهای تصمیم‌گیرنده برتر، موقعیت هر یک را در محیط رقابتی بر اساس شاخص‌ها یا متغیرهای مختلف مشخص می‌کند. درواقع ارزیابی صحیح شرکت‌ها در صنایع می‌تواند آینه تمام نمایی از وضعیت شرکت‌های مختلف نسبت به رقبای خود باشد و نقاط ضعف و قوت درونی و نیز فرصت و تهدید بیرونی شرکت‌ها را مشخص نماید. [۶]

پتروشیمی یکی از ابزارهای کشورهای نفت‌خیز برای استفاده از ارزش‌افزوده فرآورده‌ای استحصالی از مواد نفتی است. مواد اولیه فراوان، ارزش‌افزوده بالا، ایجاد اشتغال و نیازهای داخلی کشور از جمله مزایای صنعت پتروشیمی در ایران به شمار می‌روند. ارزیابی عملکرد شرکت‌های مذکور به جهت سابقه خوبی که این صنعت طی سال‌های گذشته داشته امری مهم برای سرمایه‌گذاران در خصوص خرید و فروش سهام مربوط به این صنعت در بورس اوراق بهادار بهادر به حساب می‌آید. همچنین با توجه به اینکه تاکنون تحقیقات و مطالعات بسیار اندکی در رابطه با ارزیابی عملکرد و رتبه‌بندی شرکت‌های مربوط به این صنعت در بورس اوراق بهادر انجام شده، انجام این پژوهش مهم و ضروری قلمداد می‌شود.

بنابراین در پژوهش حاضر از رویکرد ترکیبی TOPSIS – DEA با کاربرد منطق فازی جهت ارزیابی عملکرد شرکت‌های پتروشیمی استفاده شده است که طی آن با معرفی دو DMU مجازی، با عنوان ایدئال^۱ و ضد ایدئال^۲ برای تعیین بهترین و بدترین میزان کارایی نسبی هر DMU مورد استفاده قرار می‌گیرد. از دو مقدار به دست آمده برای کارایی، به کمک روش TOPSIS که در مبحث تصمیم‌گیری چند معیار مطرح است، برای ایجاد یک شاخص به نام نزدیکی نسبی به ADMU استفاده نموده و از شاخص RC جهت ارزیابی و رتبه‌بندی تمامی DMU‌ها بکار گرفته می‌شود.

هدف از انجام این تحقیق، معرفی و بیان رویکرد ترکیبی DEA فازی – TOPSIS جهت ارزیابی عملکرد واحدهای تصمیم‌گیرنده می‌باشد که از این روش ترکیبی جهت ارزیابی عملکرد و رتبه‌بندی ۱۲ شرکت پتروشیمی فعال در بورس اوراق بهادر استفاده شده است.

1. Ideal Decision Making Unit(IDMU).

2. Anti-Ideal Decision Making Unit(ADMU).

پرسش‌های مطرح شده در راستای شکل‌گیری این پژوهش مطابق زیر می‌باشد:

- ۱) چگونه می‌توان روش ترکیبی تحلیل پوششی داده‌های فازی- تاپسیس را برای ارزیابی عملکرد واحدهای تصمیم‌گیرنده بکار برد؟
 - ۲) آیا این روش ترکیبی از روش DEA کلاسیک کارتر است؟
 - ۳) نحوه دستیابی به میزان اهمیت هر یک از معیارها در ارزیابی عملکرد شرکت‌های پتروشیمی چگونه است؟
 - ۴) رتبه‌بندی شرکت‌های پتروشیمی در بورس اوراق بهادار تهران چگونه است؟
- در پژوهش حاضر، ابتدا مبانی نظری و پیشینه تحقیق بیان خواهد شد، پس از آن، مدل‌ها به همراه جامعه آماری و شاخص‌های مورداستفاده در پژوهش پیش رو به طور کامل شرح داده خواهد شد، در بخش بعدی یافته‌های تحقیق، عنوان و در پایان نتایج حاصل از حل مدل بیان می‌شود.

۲- مبانی نظری و مروری بر پیشینه تحقیق

تحلیل پوششی داده‌ها: روش‌های مختلفی برای ارزیابی عملکرد موجود می‌باشد، که در میان آن‌ها اندازه‌گیری کارایی، به شیوه محاسبه نسبت ارزش کل خروجی‌ها به ارزش کل ورودی‌های یک واحد، می‌تواند دررسیدن به اهداف پژوهش کمک مؤثری داشته باشد. تحلیل پوششی داده‌ها^۱ یک روش اندازه‌گیری کارایی می‌باشد که برای محاسبه کارایی واحدهای تصمیم‌گیرنده^۲ با چندین ورودی و خروجی بکار می‌رود. اما درروش DEA فرض بر این است، واحدهایی که دارای نمره کارایی ۱ هستند کارا و در غیر این صورت ناکارا معرفی می‌شوند. در حقیقت این مدل قادر است با ارائه راهکارهای مناسب و مفید، شرکت‌های رتبه بندی شده را در راستای بهره‌ورتر شدن یاری دهد^[۱]. طبق آنچه گفته شد از مدل DEA برای تفکیک واحدهای کارا از ناکارا استفاده می‌شود که در این پژوهش با بهره‌گیری از روش حل تکنیک تاپسیس^۳ به رتبه‌بندی و ارزیابی واحدهای کارا پرداخته می‌شود. تاپسیس:

1 .Data Envelopment Analysis(DEA).

2 .Decision Making Units(DMU).

3 .Technique for Order Preference by Similarity to Ideal solution(TOPSIS).

یکی از روش‌های تصمیم‌گیری چند شاخصه است که در این روش m گزینه را با توجه به n شاخص رتبه‌بندی می‌کنند. منطق اصولی این مدل راه حل ایدئال مثبت و راه حل ایدئال منفی را تعریف می‌کند. راه حل ایدئال مثبت راه حلی است که معیار سود را افزایش و معیار هزینه را کاهش می‌دهد. مبنای این روش، انتخاب گزینه بهینه‌ای است که کمترین فاصله را از جواب ایدئال مثبت(مطلوب) و بیشترین فاصله را از جواب ایدئال منفی(نامطلوب) دارد[۵]. به عبارتی در رتبه‌بندی گزینه‌ها به روش TOPSIS گزینه‌هایی که بیشترین تشابه را با راه حل ایدئال داشته باشند، رتبه بالاتری کسب می‌کنند.

منطق فازی: در دنیای انسانی همواره عدم اطمینان وجود دارد. مدل‌سازی عدم اطمینان در تحلیل تصمیم از طریق تئوری احتمال یا تئوری مجموعه فازی انجام می‌شود[۱۱]. این نظریه سعی دارد طبیعت این تصمیم را به صورت ریاضی فرموله کند و به طور کلی تصمیم‌گیری در شرایط عدم اطمینان را ساده می‌کند[۶]. این تئوری اولین با توسط پرسفسور لطفی زاده، استاد ایرانی‌الاصل دانشگاه برکلی مطرح شد. بر اساس این نظریه یک عدد فازی، مجموعه فازی خاصی به صورت $\tilde{A} = \{x \in R | \mu_{\tilde{A}}(x)\}$ می‌باشد که در آن، x مقادیر حقیقی عضو مجموعه R را می‌پذیرد و تابع عضویت آن به صورت $\mu_{\tilde{A}}(x)$ می‌باشد. [۱۰]

rstemi، قاسمی و اسکندری(۱۳۹۰) در پژوهش خود به ارزیابی عملکرد مالی بانک‌ها پرداخته‌اند. که در آن تجزیه و تحلیل بر اساس مجموعه‌های از معیارهای مرتبط با عملکرد مالی بانک‌ها از جمله نسبت‌های نقدینگی، نسبت‌های سودآوری، کفایت سرمایه و ساختار سرمایه صورت گرفت. در تحقیق مذکور، کارایی با روش TOPSIS-DEA ، که در واقع استفاده از منطق TOPSIS در تحلیل پوششی داده‌هاست، صورت پذیرفت. بر اساس آن بانک‌ها از دید خوش‌بینانه و بدینانه بر اساس معیارهای تعریف شده در شرایط اطمینان رتبه‌بندی شدند.[۳] عالم تبریز، رجبی پور، زارعیان(۱۳۸۸) به بررسی کارکرد تکنیک تاپسیس فازی در بهبود سنجش کارایی شب بانک‌ها با استفاده از تکنیک DEA پرداختند. به این صورت که ابتدا میزان اهمیت ورودی‌ها و خروجی‌ها با استفاده از نظر کارشناسان بانک‌ها و تکنیک تاپسیس فازی محاسبه شد، سپس کارایی شب در قالب مدل تحلیل پوششی داده‌ها با استفاده از میزان اهمیت‌های محاسبه شده، فرموله و به دست آمد.[۴]

مؤمنی، خدایی، بشیری (۱۳۸۸) عملکرد سازمان تأمین اجتماعی را با استفاده از مدل ترکیبی کارت امتیازی متوازن و تحلیل پوششی داده‌های فازی مورد ارزیابی قراردادند. ابتدا میزان عملکرد شعب با استفاده از کارت امتیازی متوازن محاسبه نمودند، سپس کارایی این شعب با توجه به وجود داده‌های غیرقطعی شاخص‌های طراحی شده توسط مدل کارت امتیازی متوازن، با استفاده از تحلیل پوششی داده‌های فازی اندازه‌گیری شد.^[۹]

امیری، بکی حسکوئی و بیگلری کامی (۱۳۹۲) در پژوهش خود به رتبه‌بندی اعتباری شرکت‌های تولیدی حاضر در بورس تهران با استفاده از مدل‌های تصمیم‌گیری با معیارهای چندگانه (تاپسیس و آنتروپی شانون) و شبکه عصبی مصنوعی پرداختند. در این راستا نسبت‌های مالی ۱۸۱ شرکت تولیدی بورسی در طی ۳ سال را از روی صورت‌های مالی آن‌ها استخراج نمودند.^[۲]

کاظمی، منهاج، مهرگان و کامیاب مقدس (۱۳۸۶) کارایی فنی ۹ پالایشگاه نفت کشور را با استفاده از تحلیل پوششی داده‌های فازی، مدل CCR، مورد ارزیابی قراردادند و آن‌ها را رتبه‌بندی نمودند. مقادیر خوارک و تولید هر پالایشگاه را به عنوان ورودی‌ها و خروجی‌های مدل به صورت فازی در نظر گرفتند.^[۷]

امیری و همکاران (۲۰۱۰) با ارائه و به کارگیری روش ترکیبی بردار ویژه-DEA-TOPSIS به ارزیابی ریسک ۱۰ پرتفوی بازار نقد فارکس پرداخته و آن‌ها را رتبه‌بندی نمودند.^[۱۲]

منگ و چون فو (۲۰۱۱) نیز از روش ترکیبی TOPSIS-DEA برای زمان‌بندی ساخت و ساز پروژه‌های جاده‌های شهری استفاده کردند و با تعیین ۳ ورودی (دوره بازگشت سرمایه، مقدار سرمایه و سازگاری شبکه) و ۳ خروجی (ساختار شبکه، هماهنگی محیطی اطراف و نیازهای اجتماعی) برای مدل DEA به حل آن با استفاده از فرآیند TOPSIS به محاسبه کارایی هر یک از پروژه‌ها پرداختند و آن‌ها را بر اساس نسبت نزدیکی به پروژه ایدئال رتبه‌بندی نمودند.^[۱۶]

سلن و یالچین (۲۰۱۲) یک روش ترکیبی AHP فازی - TOPSIS - DEA را جهت ارزیابی عملکرد واحدهای توزیع برق ترکیه پیشنهاد نموده‌اند که درواقع این روش پیشنهادی برای ترکیب کیفیت خدمات در اندازه‌گیری عملکرد می‌باشد. با استفاده از روش AHP فازی

سطوح اهمیت نسبی شاخص‌های کیفیت مختلف را تعیین کردن سپس از روش TOPSIS برای دستیابی به میزان کیفیت متغیر خدمات استفاده نمودند و درنهایت این متغیر به عنوان خروجی در مدل DEA استفاده شد و عملکردهای کارای خدمات شهری توزیع برق تعیین شدند. [۱۳]

فو (۲۰۱۴) مدل ترکیبی^۱ - VIKOR را برای اندازه‌گیری و رتبه‌بندی واحدهای تصمیم‌گیرنده پیشنهاد نمود. به این منظور به ارزیابی ۵۰ فروشگاه زنجیره‌ای فست فود پرداخت، ابتدا با استفاده از روش DEA نمره کارایی هر کدام از فروشگاه‌ها را محاسبه و سپس با استفاده از روش VIKOR آن‌ها را رتبه‌بندی نمود. نتایج حاصل نشان می‌دهد که روش ترکیبی پیشنهادی از روش DEA مؤثرتر، قابل اعتمادتر و کاراتر است. [۱۵]

یوسفی و هادی ونچه (۲۰۱۱) از رویکرد ترکیبی AHP فازی-DEA برای طبقه‌بندی AHP موجودی ABC معیارهای چندگانه استفاده کردند. در این روش ترکیبی پیشنهادی از AHP فازی برای تعیین وزن معیارها از اصطلاحات کلامی همچون بسیار زیاد، زیاد، متوسط، کم، خیلی کم استفاده و سپس با به کارگیری روش DEA ارزش‌های اصطلاحات کلامی تعیین گردید و همچنین با استفاده از روش^۲ SAW جمع نمرات هر گزینه‌ی تحت معیارهای مختلف بر نمره کل هر گزینه محاسبه و درنهایت گزینه‌ها طبقه‌بندی شدند. [۱۹]

زیدان، کالپن و کبانوگلو (۲۰۱۱) یک روش برای افزایش کیفیت انتخاب تأمین‌کننده و ارزیابی آن پیشنهاد و معرفی کردند. روش پیشنهادی با به کارگیری متغیرهای کمی و کیفی در ارزیابی عملکرد برای انتخاب تأمین‌کنندگان بر اساس کارایی و اثربخشی دریکی از بزرگ‌ترین کارخانه‌های خودرو در ترکیه مورداستفاده قرار گرفت. رویکرد مذکور در دو مرحله تحقق می‌یابد. در مرحله اول، ارزیابی عملکرد کیفی با استفاده از AHP فازی برای دستیابی به وزن معیارها انجام و سپس از تکنیک TOPSIS فازی برای رتبه‌بندی تأمین‌کنندگان استفاده شد. با تبدیل متغیرهای کیفی به متغیر کمی، از آن به عنوان یک خروجی در مدل DEA استفاده نمودند. در مرحله دوم، مدل DEA با یک ورودی ساختگی و چهار متغیر خروجی اجرا می‌شود. [۲۰]

1. Vlse Kriterijumska Optimizacija I Kompromisno Resenje
2 . simple additive weighting

۳- روش‌شناسی تحقیق

همواره سرمایه‌گذاران به‌منظور تصمیم‌گیری صحیح و سنجیده در خصوص انتخاب شرکت کارا و سود ده جهت سرمایه‌گذاری، نیازمند سنجش درست کارایی شرکت‌ها و یا به عبارتی ارزیابی عملکرد واحدهای تصمیم‌گیرنده می‌باشد و این امر نیازمند به کارگیری یک روش درست و کارا جهت شناسایی بهترین واحد تصمیم‌گیرنده خواهد بود. در این تحقیق با توجه به اینکه از رویکرد ترکیبی TOPSIS – DEA با کاربرد منطق فازی برای ارزیابی عملکرد و رتبه‌بندی شرکت‌های پتروشیمی پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران استفاده شده است، بنابراین ابتدا به بررسی مدل TOPSIS – DEA در حالت قطعی پرداخته و سپس رویکرد ترکیبی TOPSIS-DEA فازی-DEA را مورد بررسی قرار می‌دهیم.

۱- رویکرد ترکیبی TOPSIS – DEA

مدلی که در این تحقیق مورد استفاده قرار گرفته، ابتدا توسط وانگ و لو مطرح شد [۱۸] و سپس توسط وو بهبود یافت. در مدل بکار گرفته شده در این پژوهش دو نوع واحد تصمیم‌گیری مجازی به نام واحد تصمیم‌گیری ایدئال و واحد تصمیم‌گیری ضد ایدئال مطرح می‌شود. تجزیه و تحلیل پوششی داده‌ها این واحدهای تصمیم‌گیرنده را به ترتیب از نقطه نظر بهترین کارایی نسبی و نیز از جنبه بدترین کارایی نسبی ممکن ارزیابی می‌کند. این دو کارایی متمایز با یکدیگر ترکیب می‌شوند تا یک شاخص جامع را به نام نزدیکی نسبس RC به ADMU شکل دهند. این فرآیند همان راهبرد TOPSIS در تصمیم‌گیری چند شاخصه است. پس از آن، شاخص RC به عنوان معیار ارزیابی کلی هر DMU خواهد بود و بر پایه‌ی آن واحدهای تصمیم‌گیرنده رتبه‌بندی می‌شوند.

ابتدا، مدل CCR که یکی از رایج‌ترین مدل‌های DEA می‌باشد، معرفی می‌شود [۱۴]. فرض کنید که باید تعداد n واحد تصمیم‌گیرنده مورد ارزیابی قرار بگیرند. هر DMU دارای m ورودی و s خروجی می‌باشد. ارزش‌ها و یا اهمیت‌های ورودی و خروجی برای هر DMU به ترتیب به صورت $(X_{ij} \quad i = 1, 2, \dots, m)$ و $(Y_{rj} \quad r = 1, 2, \dots, s)$ نمایش داده می‌شوند. برای ارزیابی واحدهای تصمیم‌گیرنده مدل CCR را می‌توان به صورت زیر مورد استفاده قرارداد:

$$\theta_P = \text{Max} \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{rp}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ip}} \quad (1-1)$$

$$st : \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{rj}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij}} \leq 1 \quad (1-2)$$

$$j = 1, 2, \dots, n \quad u_r, v_i \geq \varepsilon$$

مدل فوق یک مدل ورودی محور است. θ_P اندازه نمره کارایی DMU تحت بررسی می‌باشد. u_r, v_i نیز به ترتیب این این ورودی و خروجی هستند. همان‌طور که قبلاً بیان شد، اگر نمره کارایی یک DMU برابر با یک باشد آن DMU کارا فرض می‌شود و در غیر این صورت ناکارا خواهد بود. مزیت اصلی DEA، غیرپارامتری بودن آن است، اینکه نیاز به تعیین وزن معیارها (ورودی‌ها و خروجی‌ها) ندارد، زیرا همه‌ی وزن‌ها بعد از حل مدل CCR مشخص می‌شوند.

در مدل ترکیبی، بعد از تعیین ADMU و IDMU، نمره کارایی DMU ایدئال با توجه به مدل زیر محاسبه می‌شود:

$$\theta_I = \text{Max} \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_r^{max}}{\sum_{i=1}^m v_i x_i^{min}} \quad (2-1)$$

$$st : \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{rj}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij}} \leq 1 \quad (2-2)$$

$$j = 1, 2, \dots, n \quad u_r, v_i \geq \varepsilon$$

θ_I ارزش کارایی واحد تصمیم‌گیرنده‌ایدئالی می‌باشد که ممکن است در ها DMU وجود نداشته باشد. برای این منظور خروجی‌های DMU ایدئال $y_r^{max} = \max_j \{y_{rj}\}$ در نظر گرفته می‌شود و ورودی‌ها برابر با $x_i^{min} = \min_i \{x_{ij}\}$ می‌باشد. در مرحله بعد نمره کارایی بدترین واحد تصمیم‌گیرنده طبق مدل زیر محاسبه می‌شود:

$$\varphi_N = \text{Max} \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_r^{min}}{\sum_{i=1}^m v_i x_i^{max}} \quad (3-1)$$

$$s.t : \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_r^{max}}{\sum_{i=1}^m v_i x_i^{min}} \geq \theta_I^* \quad (3-2)$$

$$\frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{rj}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij}} \leq 1, \quad (3-3)$$

$$j = 1, 2, \dots, n \quad u_r, v_i \geq \varepsilon$$

φ_N نمره کارایی بدترین واحد تصمیم‌گیرنده می‌باشد. ورودی و خروجی مربوط به این DMU به ترتیب برابر است با $x_i^{max} = \max_i\{x_{ij}\}$ و $y_r^{min} = \min_j\{y_{rj}\}$. محدودیت اول تصمین می‌کند که نمره کارایی DMU ایدئال در مدل فوق حداقل برابر با θ_I^* می‌باشد. بعد از تعیین θ_I^* و φ_N^* ، نمره کارایی هر یک از واحدهای تصمیم‌گیرنده در مقایسه با DMU ایدئال و ضد ایدئال بر اساس مدل‌های زیر به دست می‌آید.

$$\theta_p^I = \text{Max} \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{rp}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ip}} \quad (4-1)$$

$$s.t : \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_r^{max}}{\sum_{i=1}^m v_i x_i^{min}} \geq \theta_I^* \quad (4-2)$$

$$\frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{rj}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij}} \leq 1 \quad (4-3)$$

$$j = 1, 2, \dots, n \quad u_r, v_i \geq \varepsilon$$

θ_p^I نمره کارایی واحد تصمیم‌گیرنده p را در مقایسه با DMU ایدئال نشان می‌دهد. مدل فوق عادی مدل مشابه CCR می‌باشد، به جز محدودیت اول که در ارتباط با DMU ایدئال در نظر گرفته شده است. این محدودیت نشان می‌دهد که نمره کارایی DMU ایدئال باید حداقل برابر با θ_I^* باشد. به منظور تعیین نمره کارایی واحدهای تصمیم‌گیرنده در مقایسه با بدترین DMU از مدل زیر استفاده می‌شود.

$$\varphi_p^N = \text{Max} \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{rp}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ip}} \quad (5-1)$$

$$s.t : \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_r^{min}}{\sum_{i=1}^m v_i x_i^{max}} \leq \varphi_N^* \quad (5-2)$$

$$\frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{rj}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij}} \leq 1 \quad (5-3)$$

$$j = 1, 2, \dots, n \quad u_r, v_i \geq \varepsilon$$

مقدار φ_p^N ، نمره کارایی واحد تصمیم‌گیرنده تحت ارزیابی را نسبت به بدترین DMU نشان می‌دهد. همچنین محدودیت (۵-۲) نشان می‌دهد که نمره کارایی بدترین DMU باید حداقل برابر با φ_N^* باشد.

بعد از تعیین مقادیر θ_I^{I*} , φ_N^* , θ_I^* و φ_j^{N*} , شاخص نزدیکی نسبی که برای رتبه‌بندی نهایی در TOPSIS از آن استفاده می‌شود را طبق فرم زیر محاسبه خواهد شد:

$$RC_j = \frac{\varphi_j^{N*} - \varphi_N^*}{(\varphi_j^{N*} - \varphi_N^*) + (\theta_I^* - \theta_j^{I*})}, \quad j = 1, \dots, n, \quad (6)$$

با توجه به شاخص فوق، واحد تصمیم‌گیرنده‌ای که دارای بیشترین فاصله از DMU ضد ایدئال و یا کمترین فاصله را از DMU ایدئال داشته باشد، بالاترین مقدار RC_j را دارا خواهد بود. و رتبه‌بندی واحدهای تصمیم‌گیرنده بر اساس RC_j و به صورت نزولی خواهد بود.

۲-۳- مدل ترکیبی DEA فازی

همان‌طور که گفته شد در این مدل از چند ورودی و چند خروجی استفاده می‌شود. حال فرض می‌کنیم که n واحد تصمیم‌گیرنده یا شرکت وجود دارد و m ورودی با اعداد فازی $\tilde{y}_{rj} = (r=1,2,\dots,s)$ و S خروجی $\tilde{X}_{ij} = (x_{ij}^L, x_{ij}^M, x_{ij}^U)$ ($i=1,2,\dots,m$) داریم که در واقع همان معیارهای ماتریس تصمیم ما هستند، بدین ترتیب که در مرحله اول در مدل بکار گرفته شده در این پژوهش همانند مدل قطعی دو نوع واحد تصمیم‌گیری مجازی به نام IDMU و ADMU با استفاده از ماتریس تصمیم، تشکیل داده می‌شود و نمره کارایی هر یک از آنها با استفاده از توابع بهینه‌سازی DEA به‌طور جداگانه و به ترتیب برای حد پایین، حد وسط و حد بالای عدد فازی مربوطه محاسبه می‌شوند. [۱۷]

مدل ۲ را می‌توان طبق فرم زیر نوشت :

$$\theta_I = \text{Max} \frac{\sum_{r=1}^s u_r \tilde{y}_r^{max}}{\sum_{i=1}^m v_i \tilde{x}_i^{min}} \quad (7-1)$$

$$s.t : \frac{\sum_{r=1}^s u_r \tilde{y}_{rj}}{\sum_{i=1}^m v_i \tilde{x}_{ij}} \leq 1 \quad (7-2)$$

$$u_r, v_i \geq \varepsilon \quad j = 1, 2, \dots, n$$

با توجه به کاربرد اعداد فازی در این پژوهش برخی از عملگرهای فازی در زیر بیان شده است:

فرض کنید که $\tilde{b} = (b^L, b^M, b^U)$ دو عدد فازی مثالی باشند.

در این مورد خواهیم داشت:

$$\tilde{a} + \tilde{b} = (a^L + b^L, a^M + b^M, a^U + b^U) .$$

$$\tilde{a} \cdot \tilde{b} = (a^L \cdot b^L, a^M \cdot b^M, a^U \cdot b^U) .$$

$$\tilde{a} - \tilde{b} = (a^L - b^U, a^M - b^M, a^U - b^L) .$$

$$\tilde{a}/\tilde{b} = (a^L/b^U, a^M/b^M, a^U/b^L) .$$

با توجه به عملگرهای فازی، تابع هدف (۱-۷) به صورت زیر قابل نوشتند است:

$$\left(\frac{\sum_{r=1}^s u_r y_r^{maxL}}{\sum_{i=1}^m v_i x_i^{minU}}, \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_r^{maxM}}{\sum_{i=1}^m v_i x_i^{minM}}, \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_r^{maxU}}{\sum_{i=1}^m v_i x_i^{minL}} \right) \quad (۸)$$

علاوه بر این، از طریق استفاده از اپراتورهای فازی، محدودیت (۷-۲) را نیز می‌توان به

شرح زیر بیان نمود:

$$\left(\frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{rj}^L}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij}^U}, \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{rj}^M}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij}^M}, \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{rj}^U}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij}^L} \right) \leq (1,1,1) \quad (۹)$$

محدودیت بالا زمانی اجرا می‌شود که حد بالایی عدد فازی (در سمت چپ محدودیت)

یک و یا کمتر از عدد یک باشد. به عبارتی:

$$\frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{rj}^U}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij}^L} \leq 1 \quad (۱۰)$$

طبق معادلات ۸ و ۱۰، مدل ۷ را می‌توان به سه مدل خطی جداگانه‌ی زیر تبدیل نمود:

$$\begin{aligned} \theta_I^L &= \max \sum_{r=1}^s u_r y_r^{maxL} \\ s.t. \sum_{i=1}^m v_i x_i^{minU} &= 1, \\ \sum_{r=1}^s u_r y_{rj}^U - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij}^L &\leq 0, \quad \forall j \\ v_i, u_r &\geq \varepsilon. \end{aligned} \quad (۱۱)$$

$$\begin{aligned} \theta_I^M &= \max \sum_{r=1}^s u_r y_r^{maxM} \\ \text{s.t. } &\sum_{i=1}^m v_i x_i^{minM} = 1, \\ &\sum_{r=1}^s u_r y_{rj}^U - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij}^L \leq 0, \quad \forall j \\ &v_i, u_r \geq \varepsilon. \end{aligned} \tag{۱۲}$$

$$\begin{aligned} \theta_I^U &= \max \sum_{r=1}^s u_r y_r^{maxU} \\ \text{s.t. } &\sum_{i=1}^m v_i x_i^{minL} = 1, \\ &\sum_{r=1}^s u_r y_{rj}^U - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij}^L \leq 0, \quad \forall j \\ &v_i, u_r \geq \varepsilon. \end{aligned} \tag{۱۳}$$

با حل مدل‌های فوق، نمره کارایی واحد تصمیم‌گیرنده ایدئال به صورت عدد فازی مثلثی $(\tilde{\theta}_I^*, \theta_I^{M*}, \theta_I^{U*}) = (\theta_I^{L*}, \theta_I^{M*})$ به دست می‌آید. با فرض اینکه ورودی‌ها و خروجی‌ها فازی باشند، مدل ۳ نیز به فرم زیر ارائه می‌شود:

$$\tilde{\phi}_N = \max \frac{\sum_{r=1}^s u_r \tilde{y}_r^{min}}{\sum_{i=1}^m v_i \tilde{x}_i^{max}} \tag{۱۴-۱}$$

$$\text{s.t: } \frac{\sum_{r=1}^s u_r \tilde{y}_r^{max}}{\sum_{i=1}^m v_i \tilde{x}_i^{min}} \geq \theta_I^* \tag{۱۴-۲}$$

$$\frac{\sum_{r=1}^s u_r \tilde{y}_{rj}}{\sum_{i=1}^m v_i \tilde{x}_{ij}} \leq 1, \quad j = 1, \dots, n \tag{۱۴-۳}$$

$$v_i, u_r \geq \varepsilon.$$

محدودیت (۱۴-۲) بیانگر آن است که نمره کارایی واحد تصمیم‌گیرنده ایدئال باید حداقل برابر با نمره کارایی بهینه باشد. مفهوم محدودیت (۱۴-۳) نیز این است که نمره کارایی هر گزینه باید کوچک‌تر و مساوی ۱ باشد. مانند مدل ۲، تابع هدف (۱۴-۱) و محدودیت (۱۴-۲) به شکل زیر نوشته می‌شوند:

$$\left(\frac{\sum_{r=1}^s u_r y_r^{minL}}{\sum_{i=1}^m v_i x_i^{maxU}}, \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_r^{minM}}{\sum_{i=1}^m v_i x_i^{maxM}}, \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_r^{minU}}{\sum_{i=1}^m v_i x_i^{maxL}} \right) \tag{۱۵}$$

$$\left(\frac{\sum_{r=1}^s u_r y_r^{maxL}}{\sum_{i=1}^m v_i x_i^{minU}}, \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_r^{maxM}}{\sum_{i=1}^m v_i x_i^{minM}}, \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_r^{maxU}}{\sum_{i=1}^m v_i x_i^{minL}} \right) \geq (\theta_I^{L*}, \theta_I^{M*}, \theta_I^{U*}) \quad (16)$$

از آنجایی که سمت چپ و راست محدودیت (۲ - ۱۴) به حالت فازی است، این محدودیت زمانی شدنی است که عدد میانی سمت چپ معادله فازی بزرگ‌تر از عدد میانی سمت راست معادله فازی باشد. مانند:

$$\frac{\sum_{r=1}^s u_r y_r^{maxM}}{\sum_{i=1}^m v_i x_i^{minM}} \geq \theta_I^{M*} \quad (17)$$

مشابه مدل ۲، محدودیت (۳ - ۱۴) به محدودیت ۱۰ تبدیل شده است. با توجه به محدودیتهای ۱۰ و ۱۷ بعد از خطا شدن، مدل فازی ۱۴ به ۳ مدل خطی زیر تبدیل می‌شود:

$$\varphi_N^L = \max \sum_{r=1}^s u_r y_r^{minL} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} & s.t. \sum_{i=1}^m v_i x_i^{maxU} = 1, \\ & \sum_{r=1}^s u_r y_r^{maxM} - \theta_I^{M*} \sum_{i=1}^m v_i x_i^{minM} \geq 0, \\ & \sum_{r=1}^s u_r y_{rj}^U - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij}^L \leq 0, \quad \forall j \\ & v_i, u_r \geq \varepsilon. \end{aligned}$$

$$\varphi_N^M = \max \sum_{r=1}^s u_r y_r^{minM} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} & s.t. \sum_{i=1}^m v_i x_i^{maxM} = 1, \\ & \sum_{r=1}^s u_r y_r^{maxM} - \theta_I^{M*} \sum_{i=1}^m v_i x_i^{minM} \geq 0, \\ & \sum_{r=1}^s u_r y_{rj}^U - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij}^L \leq 0, \quad \forall j \\ & v_i, u_r \geq \varepsilon. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \varphi_N^U &= \max \sum_{r=1}^s u_r y_r^{minU} && (۲۰) \\
 \text{s.t. } &\sum_{i=1}^m v_i x_i^{maxL} = 1, \\
 &\sum_{r=1}^s u_r y_r^{maxM} - \theta_l^{M*} \sum_{i=1}^m v_i x_i^{minM} \geq 0, \\
 &\sum_{r=1}^s u_r y_r^U - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij}^L \leq 0, \quad \forall j \\
 &v_i, u_r \geq \varepsilon.
 \end{aligned}$$

از طریق حل مدل‌های ۱۸ تا ۲۰، نمره کارایی ADMU به صورت فازی $\tilde{\varphi}_N^* = (\varphi_N^{L*}, \varphi_N^{M*}, \varphi_N^{U*})$ به دست می‌آید. مدل ۴ را می‌توان به صورت سه مدل خطی زیر نوشت که به طور جداگانه نمره کارایی حد پایین، وسط و بالا را برای هر گزینه نسبت به محاسبه می‌کند:

$$\begin{aligned}
 \theta_p^{L*} &= \max \sum_{r=1}^s u_r y_{rp}^L && (۲۱) \\
 \text{s.t. } &\sum_{i=1}^m v_i x_{ip}^U = 1, \\
 &\sum_{r=1}^s u_r y_r^{maxM} - \theta_l^{M*} \sum_{i=1}^m v_i x_i^{minM} \geq 0, \\
 &\sum_{r=1}^s u_r y_r^U - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij}^L \leq 0, \quad \forall j \\
 &v_i, u_r \geq \varepsilon.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \theta_p^{M*} &= \max \sum_{r=1}^s u_r y_{rp}^M && (۲۲) \\
 \text{s.t. } &\sum_{i=1}^m v_i x_{ip}^M = 1, \\
 &\sum_{r=1}^s u_r y_r^{maxM} - \theta_l^{M*} \sum_{i=1}^m v_i x_i^{minM} \geq 0,
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \sum_{r=1}^s u_r y_{rj}^U - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij}^L \leq 0, \quad \forall j \\
 & v_i, u_r \geq \varepsilon. \\
 & \theta_p^{I^U} = \max \sum_{r=1}^s u_r y_{rp}^U \\
 & s.t. \sum_{i=1}^m v_i x_{ip}^L = 1, \\
 & \sum_{r=1}^s u_r y_r^{maxM} - \theta_I^{M*} \sum_{i=1}^m v_i x_i^{minM} \geq 0, \\
 & \sum_{r=1}^s u_r y_{rj}^U - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij}^L \leq 0, \quad \forall j \\
 & v_i, u_r \geq \varepsilon.
 \end{aligned} \tag{۲۳}$$

بعد از حل مدل‌های ۲۱ تا ۲۳، نمره کارایی هر یک از واحدهای تصمیم‌گیرنده در مقایسه با DMU ایدئال به صورت $\tilde{\theta}_P^{I*} = (\theta_P^{I^L*}, \theta_P^{I^M*}, \theta_P^{I^U*})$ به دست خواهد آمد. به طور مشابه، نمره‌های کارایی واحدهای تصمیم‌گیرنده در مقایسه با DMU ضد ایدئال نیز به وسیله حل مدل‌های زیر قابل دستیابی می‌باشند:

$$\begin{aligned}
 & \varphi_P^{N^L} = \max \sum_{r=1}^s u_r y_{rp}^L \\
 & s.t. \sum_{i=1}^m v_i x_{ip}^U = 1, \\
 & \sum_{r=1}^s u_r y_r^{minM} - \varphi_N^{M*} \sum_{i=1}^m v_i x_i^{maxM} \leq 0, \\
 & \sum_{r=1}^s u_r y_{rj}^U - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij}^L \leq 0, \quad \forall j \\
 & v_i, u_r \geq \varepsilon.
 \end{aligned} \tag{۲۴}$$

$$\begin{aligned}
 & \varphi_P^{N^M} = \max \sum_{r=1}^s u_r y_{rp}^M \\
 & s.t. \sum_{i=1}^m v_i x_{ip}^M = 1,
 \end{aligned} \tag{۲۵}$$

$$\begin{aligned}
 & \sum_{r=1}^s u_r y_r^{minM} - \varphi_N^{M*} \sum_{i=1}^m v_i x_i^{maxM} \leq 0, \\
 & \sum_{r=1}^s u_r y_r^U - \sum_{i=1}^m v_i x_i^L \leq 0, \quad \forall j \\
 & v_i, u_r \geq \varepsilon. \\
 & \varphi_P^{NU} = \max \sum_{r=1}^s u_r y_{rp}^U \\
 & s.t. \sum_{i=1}^m v_i x_{ip}^L = 1, \\
 & \sum_{r=1}^s u_r y_r^{minM} - \varphi_N^{M*} \sum_{i=1}^m v_i x_i^{maxM} \leq 0, \\
 & \sum_{r=1}^s u_r y_r^U - \sum_{i=1}^m v_i x_i^L \leq 0, \quad \forall j \\
 & v_i, u_r \geq \varepsilon.
 \end{aligned} \tag{۲۶}$$

پس از به دست آوردن نمرات کارایی فازی $\tilde{\varphi}_j^{N*}$, $\tilde{\varphi}_N^*$, $\tilde{\theta}_I^{I*}$ و $\tilde{\theta}_j^{I*}$ می‌توان با استفاده از شاخص نزدیکی نسبی به رتبه‌بندی نهایی واحدهای تصمیم‌گیرنده پرداخت:

$$RC_j = \frac{\tilde{\varphi}_j^{N*} - \tilde{\varphi}_N^*}{(\tilde{\varphi}_j^{N*} - \tilde{\varphi}_N^*) + (\tilde{\theta}_I^{I*} - \tilde{\theta}_j^{I*})}, \quad j = 1, \dots, n \tag{۲۷}$$

بر اساس تعریف فاصله فازی بین دو عدد فازی، خواهیم داشت:

$$\begin{aligned}
 & \tilde{\varphi}_j^{N*} - \tilde{\varphi}_N^* \\
 & = \sqrt{\frac{1}{3}((\varphi_j^{NL*} - \varphi_N^{L*})^2 + (\varphi_j^{NM*} - \varphi_N^{M*})^2 + (\varphi_j^{NU*} - \varphi_N^{U*})^2)}
 \end{aligned} \tag{۲۸}$$

$$\tilde{\theta}_I^{I*} - \tilde{\theta}_j^{I*} = \sqrt{\frac{1}{3}((\theta_I^{L*} - \theta_j^{IL*})^2 + (\theta_I^{M*} - \theta_j^{IM*})^2 + (\theta_I^{U*} - \theta_j^{IU*})^2)} \tag{۲۹}$$

با جایگزینی مقادیر به دست آمده از روابط ۲۸ و ۲۹ در ۲۷ مقدار RC_j برای هر واحد تصمیم‌گیرنده به دست خواهد آمد و بر اساس آن رتبه‌بندی انجام خواهند شد.

۳-۳-جامعه آماری

جامعه آماری پژوهش حاضر، شامل: شرکت‌های پتروشیمی شازند، پردیس، آبادان، خارک، فارابی، فن‌آوران، امیرکبیر، شیراز، خراسان، زاگرس، کرمانشاه، مارون می‌باشد.

۴-۳-متغیرهای تحقیق

با توجه به استفاده از روش DEA بایستی متغیرها را به دودسته ورودی و خروجی طبقه‌بندی نمود. در یک تعریف عملیاتی از معیار این طبقه‌بندی، متغیرهایی که شرکت‌ها در صدد حداقل کردن آن هستند را تحت عنوان ورودی و متغیرهایی که شرکت‌ها در صدد حداقل کردن آن هستند، تحت عنوان خروجی طبقه‌بندی می‌شوند. در این پژوهش متغیرها با استفاده از نظر کارشناسان و خبرگان و مطالعه پژوهش‌های پیشین در راستای ارزیابی عملکرد واحدهای تصمیم‌گیرنده در نظر گرفته شده‌اند که در جدول ۱ قابل مشاهده می‌باشند:

جدول (۱)-متغیرهای مورد استفاده در ارزیابی عملکرد شرکت‌های پتروشیمی

متغیرهای مورد استفاده در تحقیق	x_1	x_2	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5
ریسک مالی							
احتمال رخداد تغییرات در سود هر سهم می‌باشد.							
پیش‌بینی کل ریسک یک DMU مربوط به ترکیب دارایی‌ها و تصمیمات عملیاتی است.							
بازده دارایی‌ها از سود خالص است.							
این نسبت بیانگر بازده متعلق به سهامداران است.							
این نسبت میزان سودآوری هر ریال از فروش را محاسبه می‌کند.							
بیانگر سودآوری شرکت از کسب و کار اصلی خود (فعالیت‌های عملیاتی) می‌باشد.							
سودی که شرکت در یک دوره مشخص به ازای یک سهم عادی به دست آورده است							
فرمول محاسبه	توضیحات	متغیرهای مورد استفاده در تحقیق					
$DFL = \frac{\text{مالیات و بهره از قبل سود}}{\frac{\text{سود سهم ممتاز}}{\text{مالیات نرخ}} - \text{وام بهره} - \text{مالیات و بهره از قبل سود}}$	احتمال رخداد تغییرات در سود هر سهم می‌باشد.						
$DOL = \frac{\text{مالیات و بهره از قبل سود}}{\frac{\text{مالیات ثابت هزینه}}{\text{عملیاتی ثابت هزینه}} - \text{مالیات و بهره از قبل سود}}$	پیش‌بینی کل ریسک یک DMU مربوط به ترکیب دارایی‌ها و تصمیمات عملیاتی است.						
$ROA = \frac{\text{خالص سود}}{\text{مجموع دارایی‌ها}}$	بازگردانی از سود خالص است.						
$ROE = \frac{\text{خالص سود}}{\text{سهام صاحبان حقوق}}$	این نسبت بیانگر بازده حقوق صاحبان سهام است.						
$\text{خالص سود} = \frac{\text{خالص سود}}{\text{فروش خالص}}$	این نسبت میزان سودآوری هر ریال از فروش را محاسبه می‌کند.						
$\text{عملیاتی سود} = \frac{\text{عملیاتی سود}}{\text{فروش خالص}}$	بیانگر سودآوری شرکت از کسب و کار اصلی خود (فعالیت‌های عملیاتی) می‌باشد.						
$EPS = \frac{\text{ممتاز سهام سود} - \text{خالص سود}}{\text{منتشره عادی سهام تعداد}}$	سودی که شرکت در یک دوره مشخص به ازای یک سهم عادی به دست آورده است						

۳-داده‌ها

داده‌های موردنیاز برای انجام این پژوهش به روش میدانی از صورت‌های مالی حسابرسی شده از جمله ترازنامه، صورت سود و زیان و یادداشت‌های توضیحی شرکت‌ها در بازه زمانی ۳ سال شامل سال‌های ۹۱، ۹۰ و ۹۲ با رجوع به سایت کдал استخراج و گردآوری شده است. ساختار داده‌ها در این پژوهش به صورت فازی مثلثی می‌باشد. لذا پس از محاسبه هر یک از ورودی‌ها و خروجی‌ها در دوره‌های موردنبررسی حد پایین هر عدد فازی برابر است با مینیمم اعداد محاسبه شده برای هر شاخص، حد وسط آن برابر با میانگین داده‌ها و حد بالا برای هر عدد فازی، ماکسیمم اعداد مربوط به هر ورودی یا خروجی می‌باشد.

۴-یافته‌های پژوهش

واحد تصمیم گیرنده ایده آل و ضد ایده آل تعیین می‌گردد. در مرحله دوم میزان کارایی واحد تصمیم‌گیری ایده آل و واحد تصمیم‌گیری ضد ایده آل برای تک‌تک عناصر اعداد فازی به طور جداگانه محاسبه می‌شود. در مرحله سوم میزان کارایی هر یک از واحدهای تصمیم گیرنده را نسبت به ADMU و IDMU به طور جداگانه برای هر یک از حدود اعداد فازی تعیین کرده و در مرحله پایانی میزان نزدیکی نسبی را برای هر DMU بر اساس مقادیر کارایی حاصل از دو مرحله دوم و سوم به دست آورده و بدین ترتیب رتبه هر شرکت پتروشیمی مشخص خواهد شد. در مرحله دوم و سوم جهت اجرای مدل‌ها از نرم‌افزار LINDO بهره می‌بریم.

۱-۴- تعیین مقادیر ورودی و خروجی واحد تصمیم گیرنده ایده آل و ضد ایده آل
در تعیین بهترین واحد تصمیم‌گیرنده در خروجی‌ها، کمترین و در ورودی‌ها بیشترین عدد، موردنظر می‌باشد و این روند در تعیین واحد تصمیم‌گیرنده ضد ایدئال بعکس است. نتایج در جدول ۲ قابل مشاهده می‌باشد:

جدول(۲)- مقادیر مربوط به ورودی ها و خروجی های واحدهای تصمیم‌گیرنده، IDMU و ADMU								
سود هر سهم	حاشیه سود علیاًتر	حاشیه سود خالص	بازده حقوق صاحبان سهام	بازده دارایی ها	ریسک تجاری	ریسک مالی	DMU	
\tilde{y}_{5j}	\tilde{y}_{4j}	\tilde{y}_{3j}	\tilde{y}_{2j}	\tilde{y}_{1j}	\tilde{X}_{2j}	\tilde{X}_{1j}		
(۰,۲۹۷۹, ۵۳۸۳ ۱۱۸۹)	(۰,۰/۲۳, ۰/۳۱ ۰/۲۰)	(۰,۰/۱۹, ۰/۲۲ ۰/۱۷)	(۰,۰/۵۴, ۰/۷۰ ۰/۳۸)	(۰,۰/۲۲, ۰/۳۶ ۰/۱۲)	(۰,۰/۲۶, ۰/۳۴ ۰/۱۸)	(۰,۰/۰۱, ۰/۰۳ ۰)	شاراک	
(۰,۸۱۴۰, ۱۳۰۶۱ ۲۱۵۴)	(۰,۰/۸۵, ۰/۹۳ ۰/۷۹)	(۰,۰/۸۱, ۰/۰۸۹ ۰/۷۶)	(۰,۰/۷۸, ۰/۰۹۵ ۰/۷۴)	(۰,۰/۰۵, ۰/۰۷۵ ۰/۰۳)	(۰,۰/۰۲, ۰/۰۳۰ ۰/۰۲)	(۰,۰/۰۱, ۰/۰۰۲ ۰/۰۱)	شدیس	
(۰,۱۵۹۷, ۲۵۱۸ ۸۸۹)	(۰,۰/۱۸, ۰/۰۲۳ ۰/۱۴)	(۰,۰/۱۷, ۰/۰۱۹ ۰/۱۵)	(۰,۰/۴۵, ۰/۰۵۹ ۰/۰۳)	(۰,۰/۱۴, ۰/۰۲۰ ۰/۱۰)	(۰,۰/۰۷, ۰/۰۲۴ ۰/۱۲)	(۰,۰/۰۸, ۰/۰۱۹ ۰/۰۲)	پترو	
(۰,۵۷۱۱, ۵۱۴۵ ۲۸۳۱)	(۰,۰/۷۲, ۰/۰۷۱ ۰/۰۵)	(۰,۰/۷۸, ۰/۰۷۹ ۰/۰۵)	(۰,۰/۷۶, ۰/۰۹۲ ۰/۰۵)	(۰,۰/۰۴, ۰/۰۷۲ ۰/۰۲۲)	(۰,۰/۰۷, ۰/۰۳۵ ۰/۰۲۲)	(۰,۰/۰۱, ۰/۰۰۱ ۰/۰۱)	شخارک	
(۰,۳۰۷۸, ۵۸۱۲ ۱۳۰۹)	(۰,۰/۰۹, ۰/۰۷۸ ۰/۰۲۱)	(۰,۰/۲۱, ۰/۰۲۶ ۰/۰۱۵)	(۰,۰/۶۶, ۰/۰۸۶ ۰/۰۴۸)	(۰,۰/۰۳, ۰/۰۳۶ ۰/۰۱۵)	(۰,۰/۰۴, ۰/۰۷۸ ۰/۰۱۰)	(۰,۰/۰۳, ۰/۰۲۲ ۰/۰۶)	شفرا	
(۰,۴۳۳۶, ۶۸۵۹ ۱۷۸۵)	(۰,۰/۶۵, ۰/۰۷۳ ۰/۰۵)	(۰,۰/۷۰, ۰/۰۸۲ ۰/۰۶)	(۰,۰/۷۳, ۰/۰۷۷ ۰/۰۵۲)	(۰,۰/۰۳, ۰/۰۴۹ ۰/۰۱۸)	(۰,۰/۰۲, ۰/۰۲۸ ۰/۰۲۰)	(۰,۰/۰۱, ۰/۰۰۱ ۰)	شقن	
(۰,۳۷۸, ۵۳۷, ۷۶۹)	(۰,۰/۱۷, ۰/۰۲۸ ۰/۰۱۰)	(۰,۰/۱۲, ۰/۰۱۴ ۰/۰۰۸)	(۰,۰/۰۳, ۰/۰۱۴ ۰/۰۱۰)	(۰,۰/۰۲, ۰/۰۱۴ ۰/۰۰۸)	(۰,۰/۱۴, ۰/۰۲۱ ۰/۰۰۶)	(۰,۰/۰۴, ۰/۰۰۴ ۰/۰۰۴)	شکیبر	
(۰,۱۱۶۴, ۱۵۷۸ ۷۶۰)	(۰,۰/۰۸, ۰/۰۶۲ ۰/۰۵)	(۰,۰/۰۲, ۰/۰۷۰ ۰/۰۴۶)	(۰,۰/۰۴, ۰/۰۵۵ ۰/۰۳۹)	(۰,۰/۰۱, ۰/۰۲۰ ۰/۰۹)	(۰,۰/۰۲, ۰/۰۲۸ ۰/۰۱۵)	(۰,۰/۰۳, ۰/۰۰۶ ۰)	شیراز	
(۰,۱۳۵۹, ۳۲۰۴ ۵۰۸)	(۰,۰/۷۸, ۰/۰۷۱ ۰/۰۶۳)	(۰,۰/۷۷, ۰/۰۹۰ ۰/۰۶۲)	(۰,۰/۵۴, ۰/۰۷۷ ۰/۰۳۰)	(۰,۰/۰۹, ۰/۰۷۰ ۰/۰۲۰)	(۰,۰/۰۹, ۰/۰۳۲ ۰/۰۰۹)	(۰,۰/۰۱, ۰/۰۰۱ ۰/۰۱)	خراسان	
(۰,۳۴۴, ۴۸۴۰ ۱۸۹۸)	(۰,۰/۷۶, ۰/۰۳۵ ۰/۰۵)	(۰,۰/۰۵, ۰/۰۷۷ ۰/۰۴۶)	(۰,۰/۰۳, ۰/۰۸۱ ۰/۰۳)	(۰,۰/۰۳, ۰/۰۵۵ ۰/۰۲۲)	(۰,۰/۰۹, ۰/۰۱۰ ۰/۰۰۸)	(۰,۰/۰۵, ۰/۰۰۷ ۰/۰۰۴)	زاگرس	
(۰,۱۵۱۵, ۳۰۱۴ ۹۳۲)	(۰,۰/۸۴, ۰/۰۷۵)	(۰,۰/۰۳, ۰/۰۹۶ ۰/۰۷۷)	(۰,۰/۰۵, ۰/۰۷۵ ۰/۰۴۷)	(۰,۰/۰۲, ۰/۰۳۵ ۰/۰۱۸)	(۰,۰/۰۹, ۰/۰۱۰ ۰/۰۰۸)	(۰,۰/۰۸, ۰/۰۲۲ ۰/۰۱۴)	کرمشا	
(۰,۳۷۱, ۸۳۲۱ ۱۷۲۸)	(۰,۰/۶۵, ۰/۰۷۸ ۰/۰۶)	(۰,۰/۷۰, ۰/۰۷۷ ۰/۰۶۱)	(۰,۰/۷۱, ۰/۰۸۵ ۰/۰۵۲)	(۰,۰/۰۴, ۰/۰۷۴ ۰/۰۲۴)	(۰,۰/۰۴, ۰/۰۱۵ ۰/۰۰۲)	(۰,۰/۰۱, ۰/۰۰۱ ۰/۰۱)	مارون	
(۰,۷۱۴۰, ۱۳۰۶۱ ۲۸۳۱)	(۰,۰/۰۵, ۰/۰۳۵ ۰/۰۷۹)	(۰,۰/۰۳, ۰/۰۹۶ ۰/۰۷۷)	(۰,۰/۰۱, ۰/۰۹۵ ۰/۰۶۹)	(۰,۰/۰۵, ۰/۰۳۰ ۰/۰۲۶۰/۰۵۵)	(۰,۰/۰۲, ۰/۰۰۳ ۰/۰۲)	(۰,۰/۰۱, ۰/۰۰۱ ۰/۰۱)	IDMU	
(۰,۳۷۸, ۵۳۱, ۷۶۹)	(۰,۰/۱۷, ۰/۰۲۳ ۰/۰۱۰)	(۰,۰/۱۲, ۰/۰۱۴ ۰/۰۰۸)	(۰,۰/۰۸, ۰/۰۳۵ ۰/۰۲۱)	(۰,۰/۰۲, ۰/۰۱۴ ۰/۰۰۸)	(۰,۰/۰۴, ۰/۰۰۸ ۰/۰۲)	(۰,۰/۰۸, ۰/۰۲۲ ۰/۰۱۴)	ADM U	

۴- محاسبه نمره کارایی IDMU، IDMU و هر یک از ADMU

پس از اجرای مدل‌های ۱۱-۱۳ و ۲۰-۲۱، نمره کارایی IDMU و ADMU به ترتیب برابر است با $1/319$, $1/872$, $0/940$ و $0/146$, $0/119$, $0/075$, $0/075$. در ادامه نمره کارایی هر یک از شرکت‌های پتروشیمی نسبت به IDMU و ADMU با حل مدل‌های ۲۱-۲۳ و ۲۶-۲۷ محاسبه می‌شود.

۲۴ محاسبه می‌شود که شرکت‌های پر迪س، خراسان و مارون کارا شناخته شده‌اند. نتایج در جدول (۳) قابل مشاهده می‌باشد.

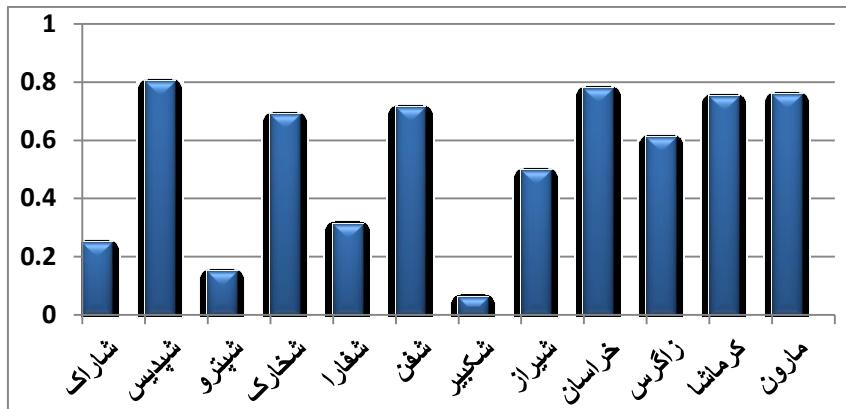
جدول (۳). نمره کارایی فازی هر یک از شرکت‌های پتروشیمی نسبت به ADMU و IDMU			
ردیف	DMU	نمره کارایی نسبت به IDMU (θ_p^I)	نمره کارایی نسبت به ADMU (φ_p^N)
۱	شاراک	(۰/۱۹۳, ۰/۲۱۷, ۰/۲۵۸)	(۰/۲۱۰, ۰/۳۵۹, ۰/۵۴۲)
۲	شیدیس	(۰/۷۷۳, ۰/۹۱۰, ۱/۰۰۰)	(۰/۷۹۸, ۰/۹۱۱, ۱/۰۰۰)
۳	شپترو	(۰/۱۳۳, ۰/۱۷۹, ۰/۲۱۵)	(۰/۱۵۸, ۰/۲۵۴, ۰/۳۶۳)
۴	شخارک	(۰/۶۶۰, ۰/۷۵۳, ۰/۸۸۶)	(۰/۶۶۱, ۰/۷۵۷, ۰/۸۹۶)
۵	شفارا	(۰/۱۴۳, ۰/۲۲۵, ۰/۳۲۴)	(۰/۲۱۲, ۰/۳۶۹, ۰/۷۲۷)
۶	شفن	(۰/۶۷۶, ۰/۷۷۸, ۰/۹۲۰)	(۰/۶۷۶, ۰/۷۷۸, ۰/۹۱۸)
۷	شکبیر	(۰/۰۸۹, ۰/۱۳۵, ۰/۱۶۵)	(۰/۱۰۳, ۰/۱۴۶, ۰/۲۴۶)
۸	شیزار	(۰/۴۹۵, ۰/۵۷۵, ۰/۶۷۹)	(۰/۴۹۵, ۰/۵۷۵, ۰/۶۷۹)
۹	خراسان	(۰/۷۰۱, ۰/۸۶۱, ۱/۰۰۰)	(۰/۷۰۰, ۰/۸۶۰, ۱/۰۰۰)
۱۰	زاگرس	(۰/۰۴۷۱, ۰/۰۶۱۳, ۰/۰۹۹۰)	(۰/۰۴۷۱, ۰/۰۶۱۳, ۰/۰۹۹۰)
۱۱	کرماشا	(۰/۰۷۹۴, ۰/۰۸۵۶, ۰/۰۹۹۱)	(۰/۰۷۹۴, ۰/۰۸۵۶, ۰/۰۹۹۱)
۱۲	مارون	(۰/۰۶۸۹, ۰/۰۷۹۰, ۱/۰۰۰)	(۰/۰۶۸۹, ۰/۰۷۹۰, ۱/۰۰۰)

۳-۴- تعیین شاخص نزدیکی نسبی (RC)

با قراردادن مقادیر از حل مدل‌های مطرح شده در فرمول ۲۷، میزان شاخص نزدیکی نسبی برای هر DMU به دست می‌آید. همان‌طور که در جدول ۴ مشاهده می‌شود شرکت پتروشیمی پر迪س به دلیل داشتن بیشترین فاصله از ADMU رتبه برتر را میان شرکت‌های پتروشیمی مذکور دارای بهترین عملکرد بین رقبای خود طی ۳ سال اخیر بوده است. همچنین شرکت پتروشیمی امیرکبیر نیز دارای ضعیف‌ترین عملکرد مالی طی دوره موردبررسی می‌باشد. نتایج حاصل از رتبه‌بندی با استفاده از شاخص RC در نمودار (۱) نشان داده شده است.

جدول (۴). نتایج حاصل از محاسبه RC_j و رتبه‌بندی شرکت‌های پتروشیمی

ردیف	DMU	RC_j	رتبه
۱	شاراک	۰/۲۴۹	۱۰
۲	شپدیس	۰/۸۰۳	۱
۳	شپترو	۰/۱۴۹	۱۱
۴	شخارک	۰/۷۸۹	۶
۵	شغارا	۰/۳۱۲	۹
۶	شفن	۰/۷۱۳	۵
۷	شکبیر	۰/۰۶۲	۱۲
۸	شیراز	۰/۴۹۶	۸
۹	خراسان	۰/۷۷۷	۲
۱۰	زاگرس	۰/۶۱۰	۷
۱۱	کرماشا	۰/۷۵۲	۴
۱۲	مارون	۰/۷۵۷	۳



نمودار (۱). نمودار رتبه‌بندی شرکت‌های پتروشیمی بر اساس شاخص RC.

۴-۴- بررسی اعتبار مدل و صحبت نتایج

با رتبه‌بندی شرکت‌ها از طریق مدل ترکیبی DEA-TOPSIS فازی، نوبت به بررسی اعتبار مدل و صحبت نتایج خواهد رسید. بنابراین ضریب همبستگی نتایج حاصل از مدل ترکیبی، که همان شاخص RC هر شرکت می‌باشد با میانگین بازده حقوق صاحبان سهام شرکت‌ها طی دوره‌های موردن بررسی با استفاده از آزمون اسپیرمن در نرم‌افزار SPSS محاسبه شده تا قابلیت اطمینان مدل مشخص گردد. نتایج حاصل از اجرای آزمون در جدول (۵) نشان داده شده است.

جدول (۵) محاسبه ضریب همبستگی میانگین ROE و شاخص RC شرکت‌ها

Correlations				
Spearman's rho	RC	ROE	RC	ROE
	Correlation Coefficient		1.000	(**).0.708
	Sig. (2-tailed)		.	0..
	N		12	12
	ROE	Correlation Coefficient	(**).0.708	1.000
	Sig. (2-tailed)		0..	.
	N		12	12

** Correlation is significant at the 0.01 level (2-tailed).

نتایج به دست آمده برای دوره موردنبرگی وجود همبستگی 0.708 بین شاخص RC و میانگین ROE هر یک شرکت‌ها در سطح اطمینان 99% را نشان می‌دهد که این نتایج دلالت بر قابلیت اطمینان مدل و درستی نتایج به دست آمده دارد.

۵-نتیجه‌گیری و بحث

در این تحقیق رویکرد ترکیبی DEA جهت ارزیابی عملکرد واحدهای تصمیم‌گیرنده معرفی و بیان گردید و شرکت‌های پتروشیمی پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار با استفاده از این رویکرد مورد ارزیابی و رتبه‌بندی قرار گرفتند. معیارهای ریسک مالی و ریسک تجاری به عنوان ورودی‌های مدل و نرخ بازده دارایی‌ها، نرخ بازده حقوق صاحبان سهام، حاشیه سود خالص، حاشیه سود عملیاتی و سود هر سهم به عنوان خروجی‌های مدل ترکیبی مورداستفاده قرار گرفتند. داده‌های مورداستفاده در ارزیابی شرکت‌ها با توجه به بهترین و بدترین وضعیت و همچنین میانگین عملکرد هر شرکت در محاسبات بکار برده شده است.

با توجه به نتایج به دست آمده طبق جدول های ۳ و ۴ شرکت‌های پر دیس، خراسان و مارون، کارا شناخته شده و بترتیب رتبه‌های اول تا سوم را به خود اختصاص دادند و شرکت‌های کرمانشاه، فن‌آوران، خارک، زاگرس، شیراز، فارابی، شازند، آبادان و امیر کبیر بترتیب در رتبه‌های بعدی قرار گرفتند. بنابراین برخلاف روش DEA کلاسیک که قدرت تفکیک و رتبه‌بندی واحدهای کارا را ندارد با استفاده از این روش ترکیبی می‌توان تمامی واحدهای تصمیم‌گیرنده اعم از کارا و ناکارا را رتبه‌بندی نمود. پس از اجرای مدل، وزن‌ها و میزان اهمیت هر یک از ورودی‌ها و خروجی‌ها به صورت فازی به دست خواهد آمد. برای تحقیقات آتی نیز می‌توان به بررسی مستقل بودن هر یک از ورودی‌ها و خروجی‌ها نسبت به هم پرداخت. همچنین می‌توان از معیارهای کیفی جهت ارزیابی عملکرد استفاده نمود.

منابع

- ابراهیمی مرضیه، دریابر عبدالله (۱۳۹۱) " مدیریت ریسک اعتباری در نظام بانکی -رویکرد تحلیل پوششی داده‌ها و رگرسیون لجستیک و شبکه عصبی" فصلنامه علمی پژوهشی دانش سرمایه‌گذاری، سال اول، شماره دوم.
- امیری مقصود، بکی حسکوئی مرتضی، بیگلری کامی مهدی (۱۳۹۲) " رتبه بندی شرکت‌های تولیدی در بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از مدل‌های تصمیم‌گیری با معیارهای چندگانه و شبکه عصبی مصنوعی" فصلنامه علمی پژوهشی دانش سرمایه‌گذاری، سال دوم، شماره هفت.
- رستمی، محمد رضا؛ قاسمی، جواد؛ اسکندری، فرزانه (۱۳۹۰) "ارزیابی عملکرد مالی بانک‌های پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار (به کارگیری منطق TOPSIS در تحلیل پوششی داده‌ها)" مجله حسابداری مدیریت سال چهارم، شماره هشتم، صفحه: ۱۹-۳۰.
- عالم تبریز، اکبر؛ رحیمی پور مبیدی، علیرضا؛ زارعیان، محمد (۱۳۸۸) "بررسی کارکرد تکنیک تاپسیس فازی در بهبود سنجش کارایی شبکه بانک‌ها با استفاده از تکنیک DEA" مدیریت صنعتی دوره ۱، شماره ۳، صفحه ۹۹-۱۱۸.
- فیضی، عمار؛ سلوکدار، علیرضا (۱۳۹۲) "ارزیابی عملکرد صنعت بانکداری با رویکرد ترکیبی کارت متوازن-تاپسیس فازی (FTOPSIS-BSC)" (مجله مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار شماره بیست، صفحه ۷۸-۵۷).
- قدرتیان کاشان، سید عبدالجبار؛ انواری رستمی، علی اصغر (۱۳۸۸) "طراحی مدل جامع ارزیابی عملکرد و رتبه‌بندی شرکت‌ها" فصلنامه مدرس، علوم انسانی، شماره ۳۶.
- کاظمی، عالیه؛ منهاج، محمد باقر؛ مهرگان، محمد رضا؛ کامیاب مقدس، امین (۱۳۸۶) "طراحی مدل رتبه بندی پالایشگاه‌های نفت کشور به روش تحلیل پوششی داده‌های فازی. انجمن سیستمهای فازی ایران" هفتمین کنفرانس سیستمهای فازی دانشگاه فردوسی مشهد.
- مهرگان، محمد رضا (۱۳۹۱) "تحلیل پوششی داده‌ها، مدل‌های کمی در ارزیابی عملکرد سازمان‌ها" نشر کتاب دانشگاهی ویراست دوم.
- مومنی، منصور. خدایی، سمیه. بشیری، مجتبی (۱۳۸۸) "ارزیابی عملکرد سازمان تأمین اجتماعی با استفاده از مدل ترکیبی FDEA و BSC" مدیریت صنعتی دوره اول، شماره ۳، صفحه ۱۳۷-۱۵۲.
- فضلی، صفر. تقی زاده، رسول (۱۳۹۰) "روش اندازه‌گیری عملکرد شرکت‌ها با استفاده از رویکرد ترکیبی آنالیز روابط خاکستری و تاپسیس فازی" . چشم انداز مدیریت صنعتی، شماره ۲، صفحه ۱۵۰-۱۲۵.
- خورشید، صدیقه. کارولوکس؛ تسلیمی، محمد سعید؛ جعفر نژاد، احمد؛ بدیع، کامبیز (۱۳۸۳) " رتبه‌بندی و انتخاب پژوهش‌های تحقیقاتی تحت محیط فازی تصمیم‌گیری گروهی از طریق تکنیک تصمیم‌گیری TOPSIS" مدیریت فرهنگ سازمانی، شماره ۵، صفحه ۵-۲۸.

- Amiri,M. Zandieh,M. Vahdani,B. Soltani,R & Roshanaei,V. (2010)." An integrated eigenvector-DEA-TOPSIS methodology for portfolio risk evaluation in the FOREX spot market". *Expert Systems with application*, vol 37.pp: 509-516.
- Celen,Aylin. Yalcin.Nese(2012). "Performance assessment of Turkish electricity distribution utilities: An application of combined FAHP/TOPSIS/DEA methodology to incorporate quality of service". *Utilities Policy*, 23.pp:59-71.
- Charnes A, Cooper WW, Rhodes E(1978)." Measuring the efficiency of decision making units". European Journal of Operational Research .pp:429-44.
- Fu,Hsin-Pin (2014)."Integrating VIKOR with DEA for Efficiency Performance Measurement". International Conference on e-Education, e-Business and Information Management (ICEEIM 2014).pp:77-80.
- Meng,M & Chun-fu,S (2011). "DEA and TOPSIS combination model for the construction scheduling of urban road projects".*International conference on transportation, mechanical,And engineering.in China*.
- Hedayatian,M. Vahdat,E. Jafarian jelodar,M. Farzipoor,S(2013)."Welding process selection for repairing nodular cast iron engine block by integrated fuzzy data envelopment analysis and TOPSIS approaches".*Materials and Design*.43 ,pp:272-282.
- Wang YM,Luo Y(2006). "DEA efficiency assessment using ideal and anti- ideal decision-making units". *Appl Math Comput*.173(2), pg:902–15.December 16-18, Changchun, China.pp:1937-1940.
- Yousefi ,A & Hadi-venche,A (2011). "An integrated group decision making model and its evaluation by DEA for automobile industry". *Expert Systems with applications*.vol 37.pp: 8543-8556.
- Zeydan,Mithat , Colpan,Cuneyt , Cobanoglu,Cemal (2011) " A combined methodology for supplier selection and performance evaluation". *Expert Systems with Applications*, PP:2741-2751.